

**Hinweise:** Inhalte, die über den bestehenden Lehrplan hinausgehen, sind fett gedruckt. Optionale Lehrinhalte sind mit einem Stern markiert.

## 5. Klasse – 4 Wochenstunden (1. und 2. Semester)

### Mengen, Zahlen und Rechengesetze (normal 5. Klasse)

- Grundlegende Begriffe über Aussagen und Mengen kennen
- Über das Erweitern von Zahlenmengen anhand von natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen reflektieren können
- Zahlen, Beträge von Zahlen und Intervalle auf einer Zahlengeraden darstellen können
- Zahlen im dekadischen und in einem nichtdekadischen Zahlensystem darstellen können
- Zehnerpotenzen zum Erfassen von sehr kleinen und sehr großen Zahlen in anwendungsorientierten Bereichen einsetzen können; Rechenregeln für Zehnerpotenzen kennen
- Mit Näherungswerten sinnvoll umgehen können
- Terme und Formeln aufstellen und interpretieren können; Umformungsschritte durch Rechengesetze begründen können
- **Pascal'sches Dreieck, Binomialkoeffizienten, Binomischer Lehrsatz**
- \* *optional: Mit Primzahlen und Teilern arbeiten können; Teilbarkeitsfragen untersuchen können*

### Funktionen (normal 5. Klasse)

- Abhängigkeiten, die durch reelle Funktionen in einer Variablen erfassbar sind, mittels Termen, Tabellen und Graphen beschreiben und über den Modellcharakter von Funktionen reflektieren können
- Lineare Funktionen beschreiben und untersuchen können
- Quadratische Funktionen der Form  $f(x) = ax^2 + bx + c$  beschreiben und untersuchen können
- Einige weitere nichtlineare Funktionen beschreiben und untersuchen können, zB  $f(x) = a/x$ ,  $f(x) = a/x^2$ , abschnittsweise definierte Funktionen
- Formeln in Hinblick auf funktionale Aspekte untersuchen können; direkte und indirekte Proportionalitäten mit Hilfe von Funktionen beschreiben können
- Mit Funktionen in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten können; Funktionen als mathematische Modelle auffassen können
- \* *optional: **Lineare und quadratische Regression***
- \* *optional: **Lineare und quadratische Interpolation***

### Gleichungen und Gleichungssysteme (normal 5. Klasse)

- Lineare und quadratische Gleichungen in einer Variablen lösen können; Lösungsfälle untersuchen können
- Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen lösen und deren Lösungsfälle untersuchen und geometrisch interpretieren können
- Die oben genannten Gleichungen und Gleichungssysteme auf inner- und außermathematische Probleme anwenden können

**Potenzen, Wurzeln und Logarithmen; Ungleichungen** (normal 6. Klasse, 1. Halbjahr)

- Potenzen (mit natürlichen, ganzen, rationalen bzw. reellen Exponenten), Wurzeln und Logarithmen definieren können; entsprechende Rechenregeln kennen und anwenden können
- Mit Ungleichungen in einer Variablen arbeiten und diese lösen können

**Reelle Funktionen** (normal 6. Klasse, 1. Halbjahr)

- Funktionen folgender Arten definieren und darstellen können; typische Formen ihrer Graphen skizzieren können; charakteristische Eigenschaften angeben und im Kontext deuten können
  - Potenzfunktionen
  - Polynomfunktionen
  - Exponentialfunktionen
  - Logarithmusfunktionen
- Reelle Funktionen untersuchen können (Monotonie, lokale und globale Extremstellen, Symmetrie, Periodizität)
- Verkettungen von Funktionen kennen; Umkehrfunktionen kennen
- Die Veränderung des Graphen einer Funktion  $f$  beschreiben können, wenn man von  $f(x)$  zu  $c \cdot f(x)$ ,  $f(x)+c$ ,  $f(x+c)$ , bzw.  $f(c \cdot x)$  übergeht
- Änderungen von Größen durch Änderungsmaße beschreiben können (absolute und relative Änderung, mittlere Änderungsrate, Änderungsfaktor)
- Die oben genannten Typen reeller Funktionen, insbesondere Exponentialfunktionen, in außermathematischen Situationen anwenden können; Funktionen als Modelle auffassen, Modelle vergleichen und Grenzen von Modellbildungen reflektieren können
- \* *optional*: Reelle Funktionen in mehreren Variablen kennen; Funktionen in Formeln erkennen können; den allgemeinen Funktionsbegriff kennen ( $f: A \rightarrow B$ , wobei  $A$  und  $B$  beliebige Mengen sind)

**Folgen** (normal 6. Klasse, 1. Halbjahr)

- Zahlenfolgen als auf  $\mathbb{N}$  bzw.  $\mathbb{N}^*$  definierte reelle Funktionen kennen (insbesondere arithmetische Folgen als lineare Funktionen und geometrische Folgen als Exponentialfunktionen); sie durch explizite und rekursive Bildungsgesetze darstellen und in außermathematischen Bereichen anwenden können
- Eigenschaften von Folgen kennen und untersuchen können (Monotonie, Beschränktheit, Grenzwert)

**Vektoren und analytische Geometrie in  $\mathbb{R}^2$**  (normal 5. Klasse)

- Vektoren addieren, subtrahieren, mit reellen Zahlen multiplizieren und diese Rechenoperationen geometrisch veranschaulichen können
- Einheitsvektoren und Normalvektoren ermitteln können
- Mit dem Skalarprodukt arbeiten können - Orthogonalitätskriterium
- Geraden durch Parameterdarstellungen in  $\mathbb{R}^2$  und durch Gleichungen (Normalvektordarstellungen) in  $\mathbb{R}$  beschreiben, Geraden schneiden und die gegenseitige Lage von Geraden ermitteln können
- Abstände ermitteln können (Punkt-Punkt, Punkt-Gerade)

## 6. Klasse – 4 Wochenstunden

### 3. Semester – Kompetenzmodul 3

#### Sicherung der Nachhaltigkeit

- Notwendiges Vorwissen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls wiederholen und aktivieren
- Grundlagen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls ergänzen und bereitstellen
- Grundkompetenzen nachhaltig sichern

#### Grundlagen der Differentialrechnung anhand von Polynomfunktionen

(normal 7. Klasse, 1. Halbjahr)

- Einfache Polynomgleichungen vom Grad  $\leq 4$  im Bereich der reellen Zahlen lösen können (sofern sie in der Differentialrechnung verwendet werden)
- Den Differenzenquotienten (die mittlere Änderungsrate) und den Differentialquotienten (die lokale bzw. momentane Änderungsrate) definieren können
- Den Differenzen- und Differentialquotienten als Sekanten- bzw. Tangentensteigung sowie in außermathematischen Bereichen deuten können
- Den Begriff der Ableitungsfunktion kennen; höhere Ableitungen kennen
- Ableitungsregeln für Potenz- und Polynomfunktionen kennen und anwenden können
- Monotonie- und Krümmungsbereiche, Extremstellen, Wendestellen und Sattelstellen (Terrassenstellen) mit Hilfe der Ableitung beschreiben können
- Untersuchungen von Polynomfunktionen in inner- und außermathematischen Bereichen durchführen können; einfache Extremwertaufgaben lösen können (Ermittlung von Extremstellen in einem Intervall)

#### Trigonometrische Funktionen und komplexe Zahlen (normal 5. Klasse, 6. Klasse, 1. Halbjahr und 7. Klasse, 2. Halbjahr)

- $\sin(\alpha)$ ,  $\cos(\alpha)$  und  $\tan(\alpha)$  definieren und am Einheitskreis darstellen können
- Gleichungen der Form  $\sin(\alpha) = c$  und  $\cos(\alpha) = c$  nach  $\alpha$  lösen können
- Berechnungen an rechtwinkligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern (auch mittels Sinus- und Cosinussatz) durchführen können
- Polarkoordinaten verwenden können
- Die Zweckmäßigkeit der Erweiterung der reellen Zahlen erkennen
- Komplexe Zahlen in der Form  $a + b \cdot i$  kennen; mit ihnen rechnen und sie zum Lösen von Gleichungen verwenden können
- Den Fundamentalsatz der Algebra kennen
- Komplexe Zahlen in Polarform kennen
- Potenzieren und Wurzelziehen von komplexen Zahlen
- Winkelfunktionen definieren und darstellen können; typische Formen ihrer Graphen skizzieren können; charakteristische Eigenschaften angeben und im Kontext deuten können
- Ableitungsregeln für Sinus- und Cosinusfunktion kennen
- Herleitung der Eulerschen Formel  $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$
- \* *optional: Exponentialdarstellung komplexer Zahlen*
- \* *optional: Beschreibung von Schwingungsvorgängen: inklusive gedämpfte Schwingung*

**Reihen** (normal 6. Klasse, 2. Halbjahr)

- Summen endlicher arithmetischer und geometrischer Reihen berechnen können
- Summen unendlicher Reihen definieren und für konvergente geometrische Reihen berechnen können
- **Anwendungen in der Finanzmathematik**

**4. Semester – Kompetenzmodul 4****Sicherung der Nachhaltigkeit**

- Notwendiges Vorwissen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls wiederholen und aktivieren
- Grundlagen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls ergänzen und bereitstellen
- Grundkompetenzen nachhaltig sichern

**Erweiterungen und Exaktifizierungen der Differentialrechnung** (normal 7. Klasse, 2. Halbjahr)

- Ableitungsregeln für Exponential- und Logarithmusfunktionen kennen
- Weitere Ableitungsregeln (insbesondere die Kettenregel) kennen und für Funktionsuntersuchungen in verschiedenen Bereichen verwenden können
- Weitere Anwendungen der Differentialrechnung, insbesondere aus Wirtschaft und Naturwissenschaft, durchführen können
- Den Begriff Stetigkeit kennen und erläutern können
- Den Begriff Differenzierbarkeit sowie den Zusammenhang zwischen Differenzierbarkeit und Stetigkeit kennen
- **Differentiale: Näherungswerte z.B. für  $\sqrt{17}$ , totales Differential – Fehlerrechnung**
- **Taylorreihen**

**Vektoren und analytische Geometrie in  $\mathbb{R}^3$ ; Vektoren in  $\mathbb{R}^n$**  (normal 6. Klasse, 2. Halbjahr)

- Die aus der zweidimensionalen analytischen Geometrie bekannten Begriffe und Methoden auf den dreidimensionalen Fall übertragen können (insbesondere Geraden durch Parameterdarstellungen beschreiben können)
- Mit dem Skalarprodukt arbeiten können; den Winkel zwischen zwei Vektoren ermitteln können
- Normalvektoren ermitteln können; Ebenen durch Parameterdarstellungen bzw. Gleichungen (Normalvektordarstellungen) beschreiben können
- Lineare Gleichungssysteme in drei Variablen lösen können
- Vektoren in  $\mathbb{R}^n$  und deren Rechenoperationen kennen, in Anwendungskontexten interpretieren und verständlich einsetzen können

**Matrizenrechnung**

- **Matrizenoperationen kennen und durchführen können**
- **Inverse Matrix, Determinante einer Matrix**
- **Matrizen zum Lösen von quadratischen Gleichungssystemen verwenden können**

- \* *optional*: **Eigenwerte und Eigenvektoren von Matrizen kennen und berechnen können**

## 7. Klasse – 3 Wochenstunden

### 5. Semester – Kompetenzmodul 5

#### Sicherung der Nachhaltigkeit

- Notwendiges Vorwissen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls wiederholen und aktivieren
- Grundlagen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls ergänzen und bereitstellen
- Grundkompetenzen nachhaltig sichern

#### Grundlagen der Integralrechnung (normal 8. Klasse, 1. Halbjahr)

- Das bestimmte Integral kennen und als Zahl „zwischen“ allen Ober- und Untersummen auffassen können sowie näherungsweise als Summe von Produkten auffassen und berechnen können
- Größen durch Integrale ausdrücken können, insbesondere als Verallgemeinerungen von Formeln mit Produkten (zB für Flächeninhalte oder zurückgelegte Wege)
- Den Begriff Stammfunktion kennen und anwenden können
- Bestimmte Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen unter Verwendung elementarer Integrationsregeln berechnen können

#### Beschreibende Statistik; Wahrscheinlichkeit (normal 6. Klasse, 2. Halbjahr)

- Darstellungen und Kennzahlen der beschreibenden Statistik kennen und damit arbeiten können
- Die Begriffe Zufallsversuch, Ereignis und Wahrscheinlichkeit kennen; Methoden zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten kennen: Bestimmung eines relativen Anteils, Ermittlung einer relativen Häufigkeit durch eine Versuchsserie, Angabe des subjektiven Vertrauens; wissen, dass diese Methoden nur näherungsweise bzw. unsichere Ergebnisse liefern
- Den Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten kennen
- Mit Wahrscheinlichkeiten rechnen können (Baumdiagramme; Additions- und Multiplikationsregel)
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten und (stochastische) Unabhängigkeit von Ereignissen kennen
- Den Satz von Bayes kennen und anwenden können

#### Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen (normal 7. Klasse, 2. Halbjahr)

- Die Begriffe „diskrete Zufallsvariable“ und „diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung“ kennen
- Den Zusammenhang zwischen relativen Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten kennen
- Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen (Wahrscheinlichkeitsverteilung) kennen und deuten können
- Den Binomialkoeffizienten und seine wichtigsten Eigenschaften kennen
- Mit diskreten Verteilungen (insbesondere mit der Binomialverteilung) in anwendungsorientierten Bereichen arbeiten können

## 6. Semester – Kompetenzmodul 6

### Sicherung der Nachhaltigkeit

- Notwendiges Vorwissen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls wiederholen und aktivieren
- Grundlagen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls ergänzen und bereitstellen
- Grundkompetenzen nachhaltig sichern

### Anwendungen und Exaktifizierungen der Integralrechnung (normal 8. Klasse, 1. Halbjahr)

- Das bestimmte Integral in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch Integrale beschreiben können (insbesondere Flächeninhalte, Volumina, Weglängen, Geschwindigkeiten, Arbeit und Energie; allenfalls weitere physikalische Deutungen)
- Die Hauptsätze (bzw. den Hauptsatz) der Differential- und Integralrechnung kennen; den Zusammenhang zwischen Differenzieren und Integrieren erläutern können
- Das unbestimmte Integral kennen

### Differenzengleichungen; Grundlagen der Systemdynamik (normal 8. Klasse, 1. Halbjahr)

- Diskrete Veränderungen von Größen durch Differenzengleichungen beschreiben und diese im Kontext deuten können
- Einfache dynamische Systeme mit Hilfe von Diagrammen oder Differenzengleichungen beschreiben und untersuchen können
- \* *optional: **logistisches Wachstum, Spinnwebdiagramme, Feigenbaumdiagramm***
- \* *optional: **Lineare Differenzengleichungen höherer Ordnung lösen können***
- \* *optional: **Systeme von linearen Differenzengleichungen (inklusive Populationsdynamik) lösen können***

### Kreise, Kugeln, Kegelschnittslinien und andere Kurven (normal 7. Klasse, 1. Halbjahr)

- Kreise, Kugeln und Kegelschnittslinien durch Gleichungen beschreiben können
- Die gegenseitige Lage von Kreis und Gerade bestimmen und allenfalls vorhandene Schnittpunkte berechnen können; eine Gleichung der Tangente in einem Punkt eines Kreises ermitteln können
- \* *optional: **Mit implizitem Differenzieren die Steigung der Tangente an einen Kegelschnitt berechnen können***
- \* *optional: Die gegenseitige Lage von Kegelschnitt und Gerade bestimmen und allenfalls vorhandene Schnittpunkte berechnen können; eine Gleichung der Tangente in einem Punkt eines Kegelschnitts ermitteln können*
- \* *optional: Ebene Kurven (allenfalls auch Kurven im Raum) durch Parameterdarstellungen beschreiben können*

## 8. Klasse – 3 Wochenstunden

### 7. Semester – Kompetenzmodul 7

#### Sicherung der Nachhaltigkeit

- Notwendiges Vorwissen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls wiederholen und aktivieren
- Grundlagen für die Kompetenzbereiche dieses Moduls ergänzen und bereitstellen
- Grundkompetenzen nachhaltig sichern

#### **Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen; beurteilende Statistik** (normal 8. Klasse, 1. Halbjahr)

- Die Begriffe „stetige Zufallsvariable“ und „stetige Verteilung“ kennen
- Die Normalverteilung zur Approximation der Binomialverteilung einsetzen können
- Die Normalverteilung in anwendungsorientierten Bereichen verwenden können
- Konfidenzintervalle ermitteln und interpretieren können
- Einfache statistische Hypothesentests durchführen und deren Ergebnisse interpretieren können

#### **Differentialgleichungen** (normal 8. Klasse, 1. Halbjahr)

- Kontinuierliche Veränderungen von Größen durch Differentialgleichungen beschreiben und diese im Kontext deuten können
- Einfache Differentialgleichungen lösen können
- **separable Differentialgleichungen lösen können** (*optional: Fallschirmspringer*)
- **lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung mit Variation der Konstanten bzw. mittels Lösungsansatz lösen können**
- \* *optional: lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten lösen können (inklusive Anwendung schwingende Feder)*

### 8. Semester – Kompetenzmodul 8

#### Sicherung der Nachhaltigkeit

- Wiederholen, Vertiefen von Fähigkeiten und Vernetzen von Inhalten, um einen umfassenden Überblick über die Zusammenhänge unterschiedlicher mathematischer Gebiete zu gewinnen